1987

ON LONG-LIVED SOLITARY EDDIES IN OCEAN

Shapiro, Georgy

http://hdl.handle.net/10026.1/9748

DOKLADY AKADEMII NAUK SSSR

УДК 551.465.11 ОКЕАНОЛОГИЯ

Г.И. ШАПИРО

О ДОЛГОЖИВУЩИХ ОДИНОЧНЫХ ВИХРЯХ В ОКЕАНЕ

(Представлено академиком Л.М. Бреховских 4 XI 1986)

В последние годы большое внимание привлекают одиночные когерентные вихри, время жизни которых аномально велико – оно гораздо больше типичного времени синоптической изменчивости T_c (в океане $T_c \approx 1-2$ мес). Интенсивные ринги Гольфстрима и Куросио живут до 2–2,5 лет*, подповерхностные вихревые линзы к моменту своего обнаружения достигают 3–4-летнего возраста [1, 2]. Знаменитое Большое красное пятно в атмосфере Юпитера астрономы наблюдают также очень долго – более 300 лет. Долгоживущие океанские вихри перемещаются и переносят содержащуюся в них воду на тысячи километров.

Цель данной работы состоит в выяснении причин аномально долгого существования одиночных вихрей, и получении теоретических оценок их времени жизни в зависимости от их интенсивности и горизонтальных размеров. Такие попытки принимались и ранее, однако они наталкивались на существенные трудности, особенно в случае циклонических вихрей. Обычно полагают, что долгоживущие одиночные вихри являются солитонами волн Россби [2–6], т.е. нелинейными возмущениями особого вида, в которых эффекты дисперсионного расплывания и нелинейного сжатия взаимно компенсируются. В работах [4–6] получено солитонное решение, представляющее собой одиночный антициклон, двигающийся на запад с постоянной скоростью и без изменения формы. Оказалось, что это решение должно подчиняться нелинейному дисперсионному соотношению, т.е. размер вихря и скорость его перемещения однозначно определяются амплитудой возмущения (и параметрами среды). Солитонных решений типа циклонов не оказалось.

В лабораторных условиях долгоживущие уединенные антициклоны были созданы в слое "мелкой воды" со свободной поверхностью, вращающемся вместе с сосудом параболической формы [7]. Лабораторные антициклоны качественно напоминают солитонные решения из работ [4–6], однако имеются заметные количественные различия. В частности, радиус вихрей в эксперименте оказался в 2–3 раза меньше теоретической величины. Это означает, что эксперимент не подтвердил одно из важных следствий солитонной теории – нелинейное дисперсионное соотношение. Попытки модифицировать солитонную теорию не привели к существенному уменьшению имеющихся расхождений [8].

Другая точка зрения основана не на волновом, а на "вихревом" подходе [9–11]. Суть его в том, что, как известно, на вращающейся плоскости (в отсутствие β-эффекта) осесимметричные вихри с произвольным распределением скорости по радиусу существуют стационарно. В случае относительно малого β-эффекта (малый размер вихря, большая орбитальная скорость) такой вихрь слабо излучает и поэтому оказывается долгоживущим. Этот подход оказался эффективным при описании относительно небольших вихревых линз (см. [10, 11] и др.), однако и здесь стационарных решений, описывающих циклоны, получено не было. Таким образом, длительное существование таких важных объектов, как крупные циклонические ринги Гольфстрима и Куросио, имеющиеся теории не объясняют.

---

* Гибель рингов обусловлена, как правило, не их естественным распадом, а захватом течениями [2].

В данной работе учтены новые факторы, обусловленные эффектами конечной амплитуды, и основное внимание уделяется решениям, которые хотя и не являются стационарными, но эволюционируют достаточно медленно. Указаны два класса долгоживущих уединенных вихрей несолитонного типа. Такие вихри могут быть антициклонами, циклонами или иметь более сложную структуру.

Рассмотрим баротропные, а также те бароклинные движения, которые в рамках приближения "редуцированной силы тяжести" допускают эквивалентно-баротропную формулировку (см., например, [11]). Обобщенное квазигеострофическое уравнение [12, 13], учитывающее эффекты конечного смещения частиц жидкости по вертикали под действием возмущения, для движений на сфере имеет вид

$$(1)\quad \frac{\partial h}{\partial t} - g'\nabla\left(\frac{h}{f^2}\nabla\frac{\partial h}{\partial t}\right) + (g')^2\nabla\left[\frac{h}{f^2}J\left(\frac{\nabla h}{f}, h\right)\right] + g'hJ\left(h, \frac{1}{f}\right) = \frac{g'h_E}{2}\nabla\left(\frac{\nabla h}{f}\right),$$

где $h(x, y, t)$ — толщина динамически активного слоя жидкости, g' — редуцированное ускорение силы тяжести, Δ — оператор градиента в касательной плоскости, h_E — экмановский масштаб, якобиан $J(p, q) = \dfrac{1}{a^2\cos\theta}\left(\dfrac{\partial p}{\partial\lambda}\dfrac{\partial q}{\partial\theta} - \dfrac{\partial p}{\partial\theta}\dfrac{\partial q}{\partial\lambda}\right)$, θ — широта, λ — долгота, a — радиус планеты, якобиан от векторной и скалярной функций понимается в покомпонентном смысле, $f = 2\Omega\sin\theta$ — параметр Кориолиса. Уравнение (1) справедливо при следующих ограничениях [13]: $h_0/L \ll 1$, $fT \gg 1$, $\mathrm{Ki} = V/(fL) \ll 1$, $h_E/h_0 \ll 1$, где T, V, L, h_0 — характерные значения времени, скорости жидкости, горизонтального и вертикального размера возмущений соответственно. Амплитуда возмущений толщины слоя h не предполагается малой, учтена вязкая диссипация (член в правой части (1)). Воспользуемся приближением β-плоскости $L \ll a$, $f = f_0 + \beta y$, при этом параметр $\epsilon = \beta L_R/f = L_R\,\mathrm{ctg}\,\theta/a \ll 1$, $L_R = (g'h_0/f_0)^{1/2}$ — радиус деформации. Перейдем в (1) к безразмерным переменным при помощи масштабов длины L_R, времени $T_0 = (\beta L_R)^{-1}$, толщины слоя h_0 и положим $h = h_0(1 + \epsilon H)$. Запишем уравнение (1) в системе координат, движущейся вдоль круга широты со скоростью C, и используем для безразмерных переменных прежние обозначения. Отбрасывая малые члены и обозначая $h_E/h_0 = \sqrt{E}$, имеем

$$(2)\quad \frac{\partial H}{\partial t} - \nabla\left[(1 + \epsilon H)\nabla\frac{\partial H}{\partial t}\right] - (C + 1)\frac{\partial H}{\partial x} + C\Delta\frac{\partial H}{\partial x} + J(\Delta H, H) - \epsilon H\frac{\partial H}{\partial x} + C\epsilon\nabla\left(H\nabla\frac{\partial H}{\partial x}\right) + \epsilon\left[J(H\Delta H, H) + J\left(\frac{(\nabla H)^2}{2}, H\right)\right] + 2\epsilon y(1 + \epsilon H)\frac{\partial H}{\partial x} = \frac{\sqrt{E}}{2\epsilon}\Delta H,$$

где Δ — горизонтальный оператор Лапласа.

Положим $C = -1$ (в размерных переменных $C = -\beta L_R^2$), что соответствует фазовой скорости сверхдлинных (недиспергирующих) линейных волн Россби. Обозначим $T/T_0 = \tau$, $L/L_R = l$. Заменяя производные в (2) отношением соответствующих масштабов, получим

$$(3)\quad \frac{1}{\tau}\max\left(1, \frac{1 + \epsilon\mathcal{H}}{l^2}\right) = \max\left(\frac{1 + \epsilon\mathcal{H}}{l^3}, \frac{\mathcal{H}(1 + \epsilon\mathcal{H})}{l^4}, \frac{\epsilon\mathcal{H}}{l}, \epsilon(1 + \epsilon\mathcal{H}), \frac{\sqrt{E}}{\epsilon l^2}\right),$$

где $\mathcal{H}$ — характерное значение величины H.

Учет влияния вязкости требует отдельного исследования, здесь положим $E = 0$. Анализируя соотношение (3) в плоскости переменных $l, \mathcal{H}$, можно убедиться, что наиболее долгоживущими являются возмущения, у которых параметры $l, \mathcal{H}$ лежат в области $\epsilon^{-1/3} \leqslant l \leqslant \epsilon^{-1}$, $\mathcal{H} \leqslant l$, при этом максимальное значение времени эволюции составляет $\tau_1 = \epsilon^{-1} \gg 1$. В размерных переменных имеем

$$(4) \qquad T_1 = \frac{f_0}{\beta^2 L_R^2} = \frac{a \operatorname{tg}\theta}{\beta L_R^2}, \qquad L_I \leqslant L \ll a, \qquad \frac{|h - h_0|}{h_0} \leqslant \frac{L}{a \operatorname{tg}\theta},$$

где $L_I = (L_R^2 a \operatorname{tg}\theta)^{1/3}$ – масштаб, впервые введенный в работе [5] при анализе стационарных планетарных волн. Используя геострофическое соотношение $g'(h - h_0) \approx \approx f_0 VL$, последнее условие (4) можно записать в виде $V \ll \beta L_R^2$. Более интенсивные возмущения конечной амплитуды с $l \leqslant \mathcal{H} \leqslant \epsilon^{-1}$ эволюционируют быстрее $\tau_2 = l(\epsilon\mathcal{H})^{-1}$, в размерных имеем

$$(5) \qquad T_2 = \frac{a \operatorname{tg}\theta}{V}, \qquad L_I \leqslant L \ll a, \qquad \frac{Lh_0}{a \operatorname{tg}\theta} \leqslant |h - h_0| \leqslant h_0.$$

Из последнего условия (5) следует $1 \leqslant \dfrac{V}{\beta L_R^2} \leqslant \dfrac{a \operatorname{tg}\theta}{L} \leqslant \left(\dfrac{a \operatorname{tg}\theta}{L_R}\right)^{2/3}$. Условия (4), (5) выделяют 2 класса нестационарных возмущений малой и конечной амплитуды соответственно, обладающих аномально большим временем жизни; величины T_1, T_2 намного превышают синоптический масштаб $T_c = L/\beta L_R^2$. В отличие от мезомасштабных вихревых линз в этих возмущениях адвекция планетарного вихря не мала. Для их описания традиционное уравнение волн Россби неприменимо. Возмущения малой амплитуды (4) близки к стационарным планетарным волнам "промежуточного масштаба" [5].

Отметим, что формулы (3) – (5) дают минимальную оценку времени T. Реальное значение T может оказаться больше. Например, из (2) следует несколько большая устойчивость антициклонов, обусловленная тем, что изменения относительного вихря частично компенсируются нелинейной адвекцией планетарного вихря.

Если вихрь обладает осевой симметрией, то члены с якобианом в (2) обращаются в нуль. Тогда оценка (5) для T_2 оказывается справедливой и при меньших горизонтальных масштабах, а именно при $L_R \leqslant L \leqslant L_I$, $V \geqslant f L_R^4 / L^3$, $|h - h_0| \leqslant h_0$.

Найдем связь между временем эволюции T_i $(i = 1, 2)$, и временем жизни одиночного вихря T_{bi}, т.е. временем, за которое характерная орбитальная скорость V уменьшается, скажем, в 10 раз. Вырождение опишем простейшим кинетическим уравнением

$$(6) \qquad dV/dt = -V/T_i.$$

Подставляя значения T_i из формул (4), (5) и учитывая, что T_2 само зависит от V, получим $T_{b1} = 2T_1$, $T_{b2} = 9T_2(0)$, где $T_2(0)$ рассчитано в начальный момент времени. Время T_3 существования области захвата в интенсивном вихре определяется условием $V(T_3) \geqslant \beta L_R^2$, или $T_3 = T_2(0)\left(\dfrac{V(0)}{\beta L_R^2} - 1\right)$. Рассмотрим частный вид долгоживущих возмущений малой амплитуды (4), у которых $\mathcal{H} = l = \epsilon^{-1/3}$. Перейдем в (2) к новым переменным $\eta = H/\mathcal{H}$, $(x_*, y_*) = (x, y)/l$, $t_* = t/\tau_1$, положим $C = -1$ и отбросим малые члены $O(\epsilon^{2/3})$ и выше. Получим

$$(7) \qquad \frac{\partial \eta}{\partial t_*} - \Delta \frac{\partial \eta}{\partial x_*} + J(\Delta\eta, \eta) - \eta \frac{\partial \eta}{\partial x_*} + 2y \frac{\partial \eta}{\partial x_*} = 0.$$

Уравнение (7) было численно исследовано в работе [14]. Согласно приведенным в ней картам изолиний η время жизни циклонического вихря $t_{\text{ц}} \approx 0{,}75T_1$, антициклонического $t_{\text{а}} \approx 1{,}25T_1$, циклон-антициклонной пары $t_{\text{ца}} \approx T_1$, что неплохо согласуется с оценкой по формуле (4).

В лабораторных опытах [7] $L_R = 2{,}1$ см, $h_0 = 0{,}5$ см, $L \approx 4$ см, $\epsilon\mathcal{H} = 0{,}25$, радиус кривизны параболы в рабочей точке $R = 32$ см, $C = \beta L_R^2 = 2{,}2$ см/с. Отсюда $L_I = (RL_R^2)^{1/3} = 5{,}2$ см $\approx L$, $\epsilon = L_R/R = 0{,}066$, $\mathcal{H}/l = 2{,}0$. По формулам (5) время жизни $T_2 = T_3 = \dfrac{L}{\beta L_R^2 \epsilon\mathcal{H}} = 8$ с, что неплохо согласуется с экспериментальным значением $T_b = 7$ с. Обратимся к натурным данным. Крупный циклон Гольфстрима имеет параметры [2, гл. 4] $L \approx 125$ км, $f = 7 \cdot 10^{-5}$ с^{-1}, $L_R = 40$ км, $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$ $\text{см} \cdot \text{с}^{-1}$, $L_I = 180$ км. Полагая типичное (среднее по вертикали) значение $V = 70$ $\text{см} \cdot \text{с}^{-1}$, получим $\mathcal{H}/l = V/\beta L_R^2 = 22$. Для подповерхностного антициклона, описанного в [15], имеем $2L = 170$ км, $\beta = 2 \cdot 10^{-13}$, $V = 50$ см/с, $h_0 = 200$ м, $h - h_0 = 300$ м, отсюда $L_R = 20$ км, $L_I = 112$ км, $\mathcal{H}/l = 60$. Оба эти вихря удовлетворяют условию (5) и, следовательно, являются долгоживущими возмущениями конечной амплитуды. Времена их жизни согласно (5), (6) равны $T_b = 1{,}6$ года ($T_3 = 2{,}8$ года) и $T_b = 2{,}1$ года ($T_3 = 14$ лет), что гораздо больше типичного синоптического периода T_c.

Согласие теоретических оценок (4), (5) с данными натурных наблюдений, лабораторных опытов и численных расчетов говорит в пользу существования в природе долгоживущих одиночных вихрей несолитонного типа. Наиболее важным свидетельством этого является длительное существование в океане одиночных циклонов, чего солитонная теория [4–6, 8] объяснить не может.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
11 XI 1986

ЛИТЕРАТУРА

1. *McWilliams J.C.* – Rev. Geophys., 1985, vol. 23, p. 165–182. 2. *Каменкович В.М., Кошляков М.Н., Монин А.С.* Синоптические вихри в океане. Л.: Гидрометеоиздат, 1982. 264 с. 3. *Берестов А.Л., Монин А.С.* – Усп. мех., 1980, т. 3, с. 3–34. 4. *Петвиашвили В.И.* – Письма в ЖЭТФ, 1980, т. 32, с. 632–635. 5. *Charney J.C., Flierl G.R.* In: Evolution of physical oceanography, MIT Press, Mass., 1981, p. 504–509. 6. *Михайлова Э.Н., Шапиро Н.Б.* – Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана, 1980, т. 16, с. 823–833. 7. *Антипов С.В., Незлин М.В., Снежкин Е.Н., Трубников А.С.* – ЖЭТФ, 1982, т. 82, с. 145. 8. *Сутырин Г.Г.* – ДАН, 1985, т. 280, № 5, с. 1101–1105. 9. *Коротаев Г.К.* Структура, динамика и энергетика синоптической изменчивости океана. Севастополь, 1980. 64 с. 10. *Шапиро Г.И.* – ДАН, 1984, т. 276, № 6, с. 1477–1479. 11. *Nof D.* – J. Phys. Oceanogr., 1981, vol. 11, p. 1662–1672. 12. *Williams G.P.* – J. Atmos. Sci., 1985, vol. 42, p. 1237–1243. 13. *Шапиро Г.И.* – Океанология, 1986, т. 27, с. 21–27. 14. *Matsuura T., Yamagata T.* – J. Phys. Oceanogr., 1982, vol. 12, p. 440–456. 15. *Brundage W.L., Dugan J.P.* – J. Phys. Oceanogr., 1986, vol. 16, p. 717–727.