1982

SLOW SPREADING OF A VISCOUS-FLUID OVER A HORIZONTAL SURFACE

ZATSEPIN, AG

http://hdl.handle.net/10026.1/11940

DOKLADY AKADEMII NAUK SSSR

А.Г. ЗАЦЕПИН, А.Г. КОСТЯНОЙ, Г.И. ШАПИРО

МЕДЛЕННОЕ РАСТЕКАНИЕ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

(Представлено академиком Л.М. Бреховских 13 XI 1981)

Явление растекания жидкости по поверхности или в толще другой жидкости, а также по поверхности твердого тела нередко встречается в природе и технике. Примерами служат распространение пресной речной воды в прибрежных районах морей и океанов, интрузия однородной жидкости в толщу стратифицированной в зонах океанических фронтов [1], коллапс турбулентных пятен в океане [2], движение газожидкостных смесей в капиллярах [3]. Общим для этих процессов является то обстоятельство, что часто движение жидкости происходит медленно, и их динамика определяется балансом сил давления и вязкости. Задачи, связанные с медленными нестационарными движениями жидкости, имеющей свободную поверхность, рассматривались теоретически в ряде работ ([2–5] и др.). Теоретическое описание медленной, вязкой стадии растекания пятна однородной жидкости в толще стратифицированной дано в [2]. Результаты опытов [6, 7] оказались в согласии с основными предсказаниями теории, однако сложность процессов, происходящих в стратифицированной жидкости, не позволила исследовать экспериментально зависимости от всех определяющих параметров задачи. Подчеркнем, что такие исследования необходимы для выяснения универсальности полученных теоретических формул и для доказательства автомодельности процесса растекания.

В данной работе рассматривается более простая задача, которую удается исследовать наиболее полно, — растекание однородной вязкой жидкости по горизонтальной поверхности. Такая задача не только во многом аналогична задачам в стратифицированной жидкости, но и имеет самостоятельный интерес.

Рассматриваемая нами ситуация характеризуется двумя малыми параметрами: относительной толщиной пятна $\alpha = H/R$ и числом Фруда $\mathrm{F} = \dfrac{U}{\sqrt{gH}}$, где H — толщина пятна, R — его радиус, U — характерная скорость, g — ускорение свободного падения. Разложение по этим параметрам позволяет свести уравнения Навье—Стокса к одному нелинейному уравнению для возвышения h свободной поверхности. Можно показать, что в нулевом (по α, F) приближении оно имеет вид

$$(1)\qquad \frac{\partial h}{\partial t} - \frac{g}{3\nu}\nabla(h^3\nabla h) = -\frac{\sigma}{3\rho\nu}\nabla(h^3\nabla\Delta h),$$

где t — время, σ — коэффициент поверхностного натяжения, ρ — плотность. Интересно, что при таком выводе уравнения (1) число Рейнольдса $\mathrm{Re} = \dfrac{uH}{\nu} = \dfrac{\mathrm{F}^2}{\alpha}$ не обязательно должно быть мало. В двух предельных частных случаях ($\sigma = 0$, $\partial/\partial y = 0$ и $g = 0$, $\partial/\partial y = 0$) уравнение (1) переходит в известные ранее [3, 4]. Имея в виду геофизические приложения, будем интересоваться режимами, когда влияние поверхностного натяжения невелико. При достаточно больших R членом в правой части (1) можно пренебречь, причем возникающую при этом погрешность можно оценить из (1). Тогда, если в центре осесимметричного пятна осуществлять постоянный приток жидкости интенсивностью Q, то автомодельное решение укороченного урав-

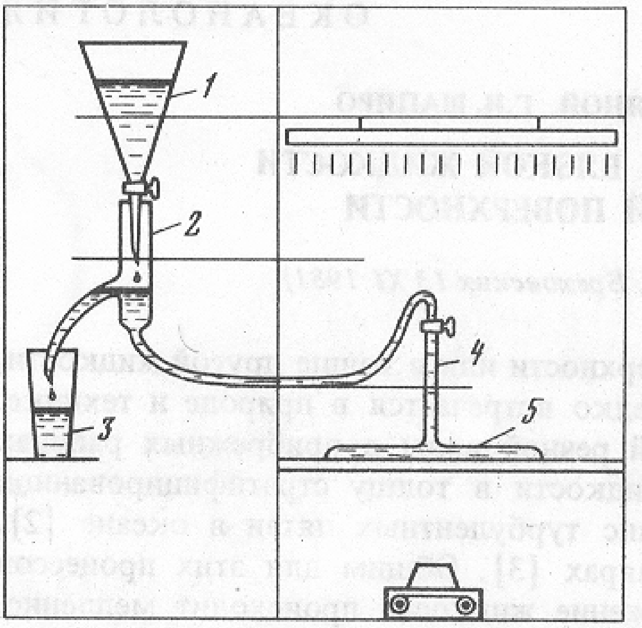

Рис. 1

нения (1) можно найти методом, изложенным в [8]:

$$(2) \qquad R = AQ^{3/8}\left(\frac{g}{\nu}\right)^{1/8} t^{1/2},$$

где A — безразмерная универсальная константа, численный расчет дает $A = 0{,}62$.

Полученная теоретически зависимость (2) проверялась экспериментально при изменении определяющих параметров Q, ν, σ и радиуса пятна R в широких пределах. Схема экспериментальной установки показана на рис. 1. Подкрашенный водный раствор глицерина поступал из сосуда 1 в бюретку 2 и, пройдя через выпускную трубку 4, растекался по горизонтальной поверхности толстого стеклянного листа, образуя осесимметричное пятно. Уровень жидкости в бюретке 2 (а значит, и расход Q) поддерживался на протяжении каждого опыта постоянным, а избыток жидкости стекал в стакан 3. Выбор глицерина в качестве рабочей жидкости обусловлен тем, что в зависимости от концентрации вязкость его водного раствора меняется в очень широких пределах — в наших опытах более чем на 2 порядка. Измерения проводились по методике, аналогичной использованной в [7]. Всего был произведен 31 опыт, причем определяющие параметры изменились в пределах $\nu = 0{,}05\ldots 9{,}15$ см^2/с; $Q = 0{,}11\ldots 2{,}1$ см^3/с, $\sigma = 63\ldots 70$ дин/см, причем концентрация глицерина изменялась от 100 до 50%. Измерения начинались через 10–30 с после начала опыта и заканчивались через 2–40 мин. При этом радиус пятна изменялся от 4–5 до 20–30 см. Относительная погрешность определения ν, Q и R не превышала соответственно ±5, ±3, ±3% в каждом опыте. Нестабильность величины ν из-за изменения температуры раствора за время опыта не превышала 2%.

Во всех представленных здесь опытах пятно было практически осесимметричным. Нарушения формы пятна возникали лишь при очень малой вязкости раствора $\nu < 0{,}05$ см^2/с, что соответствует концентрации <50%. При этом начинали сказываться неоднородности стекла, и измерения не проводились.

Если жидкость растекалась по сухому стеклу, то на краях пятна возникала "бахрома", по-видимому, из-за эффектов поверхностного натяжения. В большинстве опытов стекло предварительно смазывалось очень тонким слоем раствора глицерина той же концентрации, что и в пятне, — бахрома отсутствовала. Наличие или отсутствие смазки практически не оказывало влияния на скорость растекания пятна.

Зависимость радиуса пятна от времени в каждом опыте аппроксимировалась зависимостью $R \sim t^n$, причем n принимало в различных опытах значение от 0,40 до 0,58. Среднее по всем опытам значение $\langle n \rangle$ оказалось равным $0{,}48 \pm 0{,}04$ при среднем коэффициенте корреляции $\langle r \rangle = 0{,}997 \pm 0{,}002$, что хорошо согласуется с теоретическим значением $n = 1/2$ (см. (2)). Однако один только этот факт не может служить доказательством справедливости уравнения (1). Дело в том, что автомодельный закон $R \sim t^{1/2}$ получается не только из укороченного уравнения (1), но и в других случаях, например, когда под знаком дивергенции в (1) стоит не h^3, а h^k, где k — любое положительное число. Для того чтобы устранить эту неоднозначность, мы исследовали зависимость R от Q и ν. На рис. 2 показаны результаты 8 опытов, проведенных при практически одинаковом значении $\nu = 0{,}42 \pm$

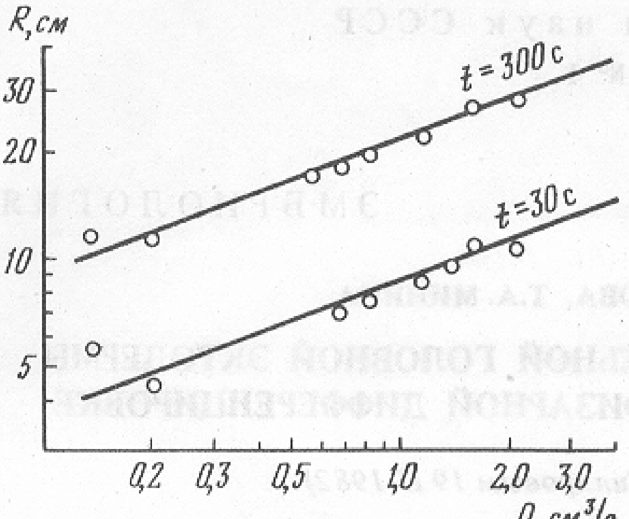

Рис. 2

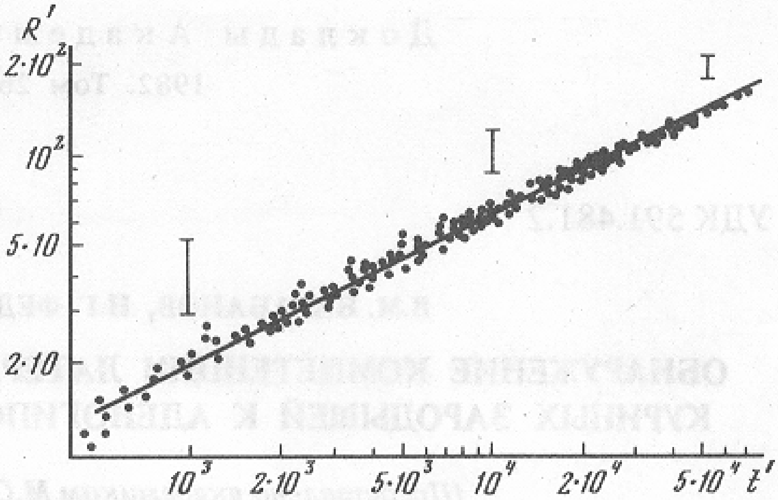

Рис. 3

$\pm$ 0,02 см^2/с и разных значениях Q. Экспериментальная зависимость аппроксимируется функцией $R \sim Q^m$, $m = 0{,}38$ с коэффициентом корреляции $r = 0{,}998$, что хорошо согласуется с теоретическим значением $m = 0{,}375$. Полученная в эксперименте зависимость R от ν также хорошо согласуется с теоретической $R \sim \nu^{-1/8}$. Результаты всех опытов представлены на рис. 3 в автомоделвных переменных $R' = R\left(\dfrac{Q\nu}{g}\right)^{-1/4}$; $t' = \dfrac{t}{(\nu^3/Qg^3)^{1/4}}$. Из рис. 3 видно, что в широком диапазоне изменений Q, ν, σ, t, R существует универсальная зависимость R от t, причем эта зависимость хорошо описывается формулой (2), однако $A_{\text{эксп}}$ оказалось равным 0,65. Отклонение точек при малых R вызвано замедляющим действием сил поверхностного натяжения. Приведенные данные показывают, что малая область вблизи края пятна, где рассматриваемая теория неприменима (так как угол наклона свободной поверхности не мал), не вызывает сколько-нибудь заметного отклонения в скорости движения пятна от теоретической зависимости.

Авторы благодарны К.Н. Федорову за внимание к работе.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
25 XI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. *Федоров К.Н., Кузьмина Н.П.* В кн.: Итоги науки и техники. Океанология. М., 1979, т. 5. 2. *Баренблатт Г.И.* – Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана, 1978, т. 14, № 2, с. 195–205. 3. *Воинов О.В.* – ПМТФ, 1977, № 2. 4. *Nakaya C.* – J. Phys. Soc. Jap., 1974, vol. 37, № 2. 5. *Шапиро Г.И.* – Изв. АН СССР. Физ. атмосф. и океана, 1981, т. 14, № 4, с. 419–427. 6. *Зацепин А.Г., Федоров К.Н., Воропаев С.И., Павлов А.М.* – Там же, 1978, т. 14, № 2, с. 234–237. 7. *Зацепин А.Г., Шапиро Г.И.* – Там же, 1982, № 1, с. 101–105. 8. *Баренблатт Г.И.* Подобие, автомодельность, промежуточная асимптотика. М., 1978.