

1982

A HYDRODYNAMIC MODEL OF A NONSTATIONARY ATMOSPHERIC FRONT

Shapiro, Georgy

<http://hdl.handle.net/10026.1/11937>

DOKLADY AKADEMII NAUK SSSR

All content in PEARL is protected by copyright law. Author manuscripts are made available in accordance with publisher policies. Please cite only the published version using the details provided on the item record or document. In the absence of an open licence (e.g. Creative Commons), permissions for further reuse of content should be sought from the publisher or author.

**ДОКЛАДЫ
АКАДЕМИИ НАУК СССР**

1982

ТОМ 263 № 5

(ОТДЕЛЬНЫЙ ОТТИСК)

Опыт применения голографической обработки данных группы НОРСАР указывает на то, что литосфера южной Норвегии обладает хорошо выраженной неоднородностью рассеивающих свойств. Скопления рассеивателей образуют преимущественно вытянутые сверху вниз области, имеющие "столбообразную" форму.

Институт физики Земли им. О.Ю. Шмидта
Академии наук СССР, Москва

Поступило
24 XI 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Aki K. — J.Geophys.Res., 1973, vol. 78, № 8.
2. Berteussen K.-A., Christoffersson A., Husebye E.S., Dahle A. — Geophys.J.Roy.Astr. Soc., 1975, vol. 42.
3. Николаев А.В. Сейсмика неоднородных и мутных сред. М.: Наука, 1973.
4. Aki K., Christoffersson A., Husebye E.S. — J.Geophys.Res., 1977, vol. 82, № 2.
5. Christoffersson A., Husebye E.S. — Ibid., 1979, vol. 84, № B11.
6. Shewell J.R., Wolf E. — J.Opt.Soc.Amer., 1968, vol. 58, № 12.
7. Berkhout A.J. — Seismic migration. Amsterdam. Netherlands, 1980.
8. Цибульчик Г.М. — Геол. и геофиз., 1975, № 11, 12.
9. Bungum H., Husebye E.S., Ringdal F. — Geophys.J.Roy.Astr.Soc., 1971, vol. 25.

УДК 551.515.8

ГЕОФИЗИКА

Г.И. ШАПИРО

ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НЕСТАЦИОНАРНОГО АТМОСФЕРНОГО ФРОНТА

(Представлено академиком П.Я. Кочинной 21 XI 1981)

В известной работе Дефанта [1] было предложено описывать эволюцию атмосферного фронта при помощи уравнения

$$(1) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (bh^n - qh) = -q,$$

где $h(x, t)$ — переменная высота фронтальной поверхности, разделяющей теплую и холодную воздушные массы, q, b, n — константы. Дефант получил это уравнение как непосредственное следствие постулата о степенном росте скорости ветра с высотой от нулевого значения у Земли до максимального на фронтальной поверхности. Хотя оказалось, что исходный постулат не соответствует действительности, уравнение (1) правдоподобно описывает форму и движение атмосферного фронта [1, 2]. Н.Е. Кочин [2] показал, что уравнение (1) можно получить иначе, заменив принятый Дефантом постулат предположением об определенном законе изменения ветра вдоль фронтальной поверхности. Тем не менее, остается неясным, можно ли вывести уравнение типа (1), исходя из уравнений гидродинамики.

В данной работе предложена гидродинамическая модель атмосферного фронта, учитывающая вращение Земли, наличие турбулентной вязкости и высотного градиента давления воздуха. В рамках этой модели выведено эволюционное уравнение для высоты фронтальной поверхности $h(x, y, t)$ и проанализированы эффекты, связанные с нестационарностью и трехмерностью движения воздуха. Оказалось, что хотя полученное уравнение несколько отличается от уравнения (1), многие качественные выводы, сделанные в [1, 2], остаются справедливыми.

Пусть фронтальная поверхность $z = h(x, y, t)$ разделяет две воздушные массы с постоянными температурами θ_1 и θ_2 . Воспользуемся уравнением баланса горизонтальной компоненты импульса

$$(2) \quad \frac{d}{dt} u_i = -\frac{1}{\rho_i} \nabla p_i - f[k \times u_i] + \frac{\partial}{\partial z} \nu \frac{\partial u_i}{\partial z},$$

а также уравнениями гидростатики и неразрывности в приближении Буссинеска. Индекс $i = 1$ относится к холодному воздуху, $i = 2$ — к тепловому, $u = (u, v)$ — горизонтальный вектор скорости ветра, d/dt — символ полной производной, p — давление, ∇ — двумерный в плоскости x, y оператор градиента, ρ — плотность воздуха, f — параметр Кориолиса, k — единичный вектор по оси Oz , ν — коэффициент турбулентной вязкости. Горизонтальным турбулентным трением пренебрегаем.

Если фронтальная поверхность $z = h(x, y, t)$ непроницаема для воздуха, то кинематическое граничное условие на этой поверхности с учетом уравнения неразрывности можно записать в виде

$$(3) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla \int_0^h u_1 dz = 0.$$

На поверхности Земли примем граничное условие "прилипания". Поскольку угол наклона фронтальной поверхности к горизонту мал (типичное значение $1/40 - 1/200$ [3]), то граничные условия на этой поверхности можно приближенно записать в виде

$$(4) \quad u_1 = u_2, \quad \nu_1 \frac{\partial u_1}{\partial z} = \nu_2 \frac{\partial u_2}{\partial z}, \quad p_1 = p_2.$$

В свободной атмосфере (при $z = z_m \gg h$) задано поле высотного (геострофического) ветра $G(x, y, t)$, связанного с градиентом высотного поля давления p_b известным соотношением

$$f[k \times G] = -\frac{1}{\rho_2} \nabla p_b.$$

Как показал Н.Е. Кочин [2], инерционным членом в уравнении (2) можно пренебречь по сравнению с членами в правой части при условиях $T \gg 1/f$, $X \gg U/f$, где T — характерное время эволюции фронта, X — горизонтальный масштаб движений воздуха, U — масштаб скорости. В случае приземных атмосферных фронтов это можно сделать и в некоторых других ситуациях [4]. Указанные условия часто выполняются в реальных атмосферных фронтах.

Выразив по известным формулам ρ через p и θ , вычислим давление p по формулам гидростатики и затем проинтегрируем укороченное (т.е. без инерционных членов) уравнение (2) по вертикали с учетом принятых граничных условий. Подставив найденное таким способом выражение для u_1 в формулу (3), получим искомого уравнение для $h(x, y, t)$

$$(5) \quad \frac{\partial h}{\partial t} + \nabla[Lf_1 + (L - 2G)f_2] = \nabla \left(\frac{g'}{\nu} f_3 \nabla h \right),$$

где $g' = g(\theta_2 - \theta_1)/\theta_1$, вектор L имеет компоненты $L_x = G_x - G_y$, $L_y = G_x + G_y$, f_1, \dots, f_3 — известные функции величины ah ($a = (f/2\nu)^{1/2}$), которые для краткости здесь не выписаны, $\nu_1 = \nu_2 = \nu$.

Заметим, что уравнение (5) напоминает в некоторой степени предложенное Дефантом уравнение (1). Используя аналогию с уравнением Бюргерса, можно сказать, что уравнение (5) описывает движение нелинейной волны в среде с нелинейной "вязкостью", причем роль "вязкости" играет величина $g'f_3/\nu$.

В пред-
вающим эво-
ном случае д-
нение (5) м-
ной стациона-
ния (5) при r

Рис. 1. Нестаци-
онного уравне-
воздух, t — теп-
для случая $ah \ll$

Рассмо-
нения (5), то
эталонными |
соответствующ-
ния", описыв-
ного уравнен-
что холодный
теплый возду-
поведению фр-
ется с давню
окклюзии (см
Другое
ной модели, -
духа вблизи
лениям касат-
пренебречь "с-
холодный фр-
величины h . У

(6) $[h] u_n =$
где u_n — норм-
при переходе
равно нулю. П-
видно, что при-
векторы L и
личию крив-
в природе [3].
Автор б

Институт океано-
Академии наук С

1. Defant
т. 1. 3. Хржан
1960, vol. 86, 367
т. 17, 4, с. 419.
с. 136. 7. Хром

деляет две воздушные массы уравнением баланса

ближнии Буссинеска. $u = (u, v)$ — горизонтальная скорость, p — давление, ρ — плотность воздуха, α — коэффициент турбулентности. Расчет производился для воздуха, поэтому уравнения нераз-

вращивания". Поскольку характерное значение $1/40$ — можно приближенно запи-

высотного (геострофического) поля давления P_b

уравнении (2) можно считать $T \gg 1/f$, $X \gg U/f$, характерный масштаб движения атмосферных фронтов. В заданных условиях часто

числим давление p по формуле (3), получим

$G_x - G_y, L_y = G_x + G_y$, которые для крат-

степени предложенное уравнение Бюргера, можно считать справедливым в среде с нелинейной вязкостью.

В предельном случае $ah \ll 1$ уравнение (5) совпадает с уравнением, описывающим эволюцию мелкомасштабного океанического фронта [5]. В другом частном случае двумерных ($\partial/\partial y = 0$) стационарных ($\partial/\partial t = -C\partial/\partial x$) движений уравнение (5) можно свести к уравнению, выведенному в работе [6] в рамках двумерной стационарной модели. Новые результаты удается получить на основе уравнения (5) при рассмотрении нестационарных движений.

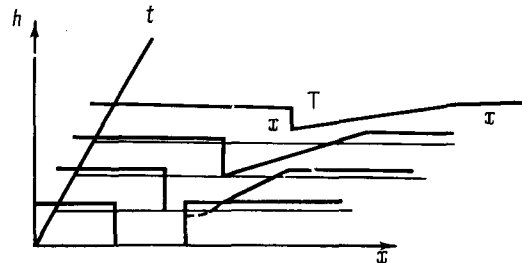


Рис. 1. Нестационарное решение укороченного уравнения (5); x — холодный воздух, t — теплый. Расчет производился для случая $ah \ll 1$

Рассмотрим двумерные движения. Пренебрежем сначала правой частью уравнения (5), тогда его решения можно найти методом характеристик. Простейшими эталонными решениями укороченного уравнения (5) являются "ударная волна", соответствующая движению холодного фронта, и "центрированная волна разрежения", описывающая движение теплого фронта. Нестационарное решение укороченного уравнения (5), содержащее эти простейшие решения, показано на рис. 1. Видно, что холодный фронт движется быстрее, чем теплый, смыкается с ним и вытесняет теплый воздух вверх. Учет правой части уравнения (5) приводит к более гладкому поведению функции $h(x, t)$. Найденное нестационарное решение хорошо согласуется с давно известной из наблюдений [7] схемой важного атмосферного процесса — окклюзии (смыкания) холодного и теплого фронтов в циклонах.

Другое интересное явление, которое можно объяснить в рамках предложенной модели, — это увеличение кривизны холодного фронта в приземном слое воздуха вблизи центра циклона. Поскольку пространственные масштабы по направлениям касательной и нормали к фронту существенно различны, то можно снова пренебречь "сглаживающим" влиянием члена в правой части (5) и рассматривать холодный фронт как скачкообразное (в направлении нормали к фронту) изменение величины h . Условие на разрыве можно получить по обычным правилам

$$(6) \quad [h] u_n = L n [f_1] + (L - 2G) n [f_2],$$

где u_n — нормальная скорость фронта, прямые скобки обозначают перепад величины при переходе через линию фронта. Для приземного фронта значение h перед фронтом равно нулю. При $ah \ll 1$ формула (6) упрощается, $u_n = L n a h / 2$. Из этой формулы видно, что при прочих равных условиях быстрее движутся те участки фронта, где векторы L и n параллельны. Нетрудно убедиться, что этот эффект приводит к увеличению кривизны линии фронта вблизи центра циклона, что часто наблюдается в природе [3].

Автор благодарен Г.И. Баренблатту за полезные обсуждения.

Институт океанологии им. П.П. Ширшова
Академии наук СССР, Москва

Поступило
1 XII 1981

ЛИТЕРАТУРА

1. Defant A. — Meteorol. Z., 1924, Bd. 41, 1, S. 1.
2. Кочин Н.Е. Собр. соч., М.—Л., 1949, т. 1.
3. Хргиан А.Х. Физика атмосферы. Л., 1969.
4. Ball F.K. — Quart. J. Roy. Meteorol. Soc., 1960, vol. 86, 367, p. 51.
5. Шапиро Г.И. — Изв. АН СССР. Сер. физ. атмосф. и океана, 1981, т. 17, 4, с. 419.
6. Калажиков Х.Х., Гутман Л.Н. — Изв. АН СССР. Сер. геофизич., 1964, № 1, с. 136.
7. Хромов С.П., Мамонтова Л.И. Метеорологический словарь. Л., 1974.